

算数だより No. 11

北区立滝野川第二小学校 田中 一男

魔方陣 (その1)

魔方陣とは、正方形の縦・横・斜めの数の和がすべて等しくなるように並べたものです。「魔」というのは不思議、「方」というのは正方形、「陣」というのは並べるという意味です。したがって、「魔法陣」と書くのは誤りです。

右の魔方陣は四方陣とも呼ばれています。これは、ドイツの数学者で画家のアムブレヒト・デューラー [1471~1528] の有名な作品「メランコリア」という作品の中にかき込まれているそうです。下段の1514が制作年を表すということでも有名です。四方陣は880通りも解があるそうですが、デューラーの四方陣はさらに、十字に4分割しても4つの数が34になっているという「完全魔方陣」となっています。

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

四方陣では中央の数がありませんが、全てに同じ数を加えたり減らしたりしてならしてやれば同じです。それぞれに10をたしても1を引いても当然のことながら和は同じです。

16	2	3	13
5	11	10	8
9	7	6	12
4	14	15	1

→

26	12	13	23
15	21	20	18
19	17	16	22
14	24	25	11

15	1	2	12
4	10	9	7
8	6	5	11
3	13	14	0

小学校で活用するには、それぞれの発達段階に応じて数を変えていけばよいと考えます。

2年生ならば、アのように、元の三方陣に10を加えたものを活用し、イのような問題にすると、できる子も楽しんで3つの数のたし算やひき算をやります。

19	12	17
14	16	18
15	20	13

ア

19		
	16	
	20	13

イ

たてもよこもななめも
たしたら同じ数になる
ようにあいているところ
に数を入れましょう。

5年生ならば、下のように提示し、縦も横も斜めも和が34になるように1~16までを入れるように問われれば、夢中になって取り組みます。

1			4
13			16

平均の考えを使えば、問題を作るのは簡単です。無限に作れます。上級の問題なら、数を3けたにしたり、ヒントとなる数を減らしたりしていけばよいわけです。

では、かけたりわったりしたらどうなるのでしょうか。

9	2	7
4	6	8
5	10	3

÷10

0.9	0.2	0.7
0.4	0.6	0.8
0.5	1	0.3

×6

5.4	1.2	4.2
2.4	3.6	4.8
3	6	1.8

このように、かけたりわったりしても成り立ちます。整数でわって分数の形にすれば、分数の問題になります。たしたりひいたりして無限に問題を作成できます。

こうなると、「魔宝陣」と言ってもよいのではないのでしょうか。

9	2	7
4	6	8
5	10	3

÷6

3/2	1/3	7/6
2/3	1	4/3
5/6	5/3	1/2

①
ところで、どうやって作るかご存じですか。実は、平均の考えを使えば、簡単にできるのです。平均とは「ならず」という考えですから、1~16まで順に並べてから、大きい数と小さい数を交換していきます。

②

16	2	3	13
5	6	7	8
9	10	11	12
4	14	15	1

③

16	2	3	13
5	6	7	8
9	10	11	12
4	14	15	1

④

16	2	3	13
5	11	10	8
9	7	6	12
4	14	15	1

内側の4つの数も同様に交換していけば四方陣になるのです。こう考えると、数の並び方を忘れてもすぐ作れますから便利です。この方法は、対称性を用いた方法としてよく知られていますが、平均の考えとしてもよいと考えます。

そこで、この平均の考えを使って、もう少し魔方陣を見直してみましょう。

8	1	6
3	5	7
4	9	2

三方陣ならば、端の2数の和の平均である5を中心としています。つまり、それぞれに1を加えても当然成り立つことになります。

左のような魔方陣は、1から始まっていますが、どこをとっても和は18となるのです。つまり、必ずしも1から始まらなくてもよいのです。

9	2	7
4	6	8
5	10	3

こう考えると、上の魔方陣のそれぞれの数から、6ずつ引いて負の数になっても成り立つので、中学校1年生用の教材にすることもできます。

3	-4	1
-2	0	2
-1	4	-3